1 函数在处可导，则可定义为（ ）

A. B.

C. D.

【答案】 D

【解析】函数在处可导，则可定义为可见选项D正确;A选项为的定义;B选项为的定义

2 表示的定积分为（ ）

A. B.

C. D.
【答案】B

【解析】根据定积分定义,

，可见选项B正确

3. 微分方程的通解为（ ）

A. B.

C. D.

【答案】. B

【解析】由可得特征方程为,故，所以通解为,故选项B正确

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**二、填空题**（只须在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，每小题 4 分，共40 分）

4. .

【答案】1

【解析】

5.若在x =l 连续 ，且存在，= .

【答案】0

【解析】存在，且，故

6.设，则 .

【答案】

【解析】参数方程求导，，所以，

7.设，当时与为同阶无穷小，则n= .

【答案】3

【解析】，由题意，可知，即

1. .

【答案】2

【解析】

1. 由方程 所确定的曲线在（0,0）点处的切线斜率为 .

【答案】

【解析】两边对*x*求导，得，代入（0，0）得

1. 的极值点为 .

【答案】

【解析】,令,得当所以极值点为0

14. 求由曲线,，，所围成的图形的面积A= .

【答案】

【解析】

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**三、计算题**（本大题共8小题，其中16—19小题每小题7分，

20—23小题每小题8分，共60分。计算题必须写出必要的计

算过程，只写答案的不给。）

16. 极限 。（7分）

【答案】解： （4分）

 （3分）

17.，求dy 。（7分）

【答案】解：（2分）

（2分）

 （2分）

 故（1分）

18. （7分）

【答案】解：令 则有，（2分）

 （3分）

 （2分）

19. 设，F()=，0，求F()。（7分）

【答案】解：的定义域为。当时,,因此

. (2分)

当时,因此,则

. (4分)

0≤x<1故(1分)

21. 该函数（m为正整数），试问：

（1）m为何值时， 在 = 0处连续；

（2）m为何值时， 在 = 0处可导 （8分）

【答案】

解：

（1） 故对任意正整数*m .f*在*x*=0处连续.(4分)

（2）故当时,*f*在处可导.(4分)

22. 求方过程点（-3，2，5）且与两平面和平行的直线方程。（8分）

【答案】解：与两平面平行的直线与这两个平面的交线平行,则直线的方向向量垂直于这两平面法向量所确定的平面。即直线的方向向量为

 (5分)

将已知点代人直线的标准方程得(3分)

**四、综合题**（每小题10分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

24.设位于第一象限的曲线过点（，），其上任一点P ( x , y )处的法线与y轴的交点为Q , 且线段P Q 被x 轴平分，求曲线 的方程.（10分）

【答案】解：曲线在点处的法线方程为,其中为法线上任意一点的坐标，令*X=0*，则，故Q点坐标为(4分)

由题设知,即, (2分)

积分得 (C任意常数) (2分)

由, 知C= 1，故曲线的方程为(2分)

26. 设在(0, 1)内有二阶导数，且, 有, 证明：在(0, 1)内至少存在一点，使得：。(10分）

【答案】解：显然在上连续，在内可导.又. (3分)

故由罗尔定理知:,使得. (2分)

又，故，(2分)

于是在上満足罗尔定理条件,故存在使得,而,即证(3分).

# 2020年浙江普通“专升本”《高等数学》冲刺模拟试卷（二）

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |

考试说明：

1.考试时间为150分钟

2.满分为150分；

3.答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效。

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**一、选择题**（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有5 个小题，每小题 4 分，共20 分）

2. 是可导函数在点处有极值的（ ）

A. 充分条件 B. 必要条件

C. 充要条件 D. 既非必要又非充分条件

【答案】 B

【解析】是可导函数在点处有极值的必要条件

5. 微分方程的特解的形式是（ ）

A. B.

C. D.

【答案】 D

【解析】特征方程カ 対于方程,特解形式为対于方程,特解形式为,因此原方程的特解形式为,故D选项正确

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**二、填空题**（只须在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，每小题 4 分，共40 分）

6. .

【答案】

【解析】

1. 若，则 ，b= .

【答案】

【解析】由，可知即;同时，，故，

1. 设函数由参数方程确立，则函数单调增加的的取值范围是 .

【答案】

【解析】 得或,故*x*得范围为

1. 设连续，， .

【答案】

【解析】（1），

注:此题没有可的条件,故“(1) 式两边再对*x*求导得这种解法是错误的.

1. 已知 则 .

【答案】

【解析】两边求导，得

解得

1. 函数的拐点为 .

【答案】

【解析】令,得

当时，，即曲线在内是凸的

当时，，即曲线在内是凹的

故有唯一拐点

14. 已知函数与的图像所围成的阴影部分面积为 则k= .

【答案】 3

【解析】由消去*y*得，所以或，则阴影部分面积为 即解得k=3

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**三、计算题**（本大题共8小题，其中16—19小题每小题7分，

20—23小题每小题8分，共60分。计算题必须写出必要的计

算过程，只写答案的不给。）

16. 极限 。（7分）

【答案】解：(4分)

 。（3分）

17. 已知，求。（7分）

【答案】解：当时 (2分)

当时 (2分)

当时

，故不存在(2分)

所以（1分）

18. 若函数有连续导数，，求。（7分）

【答案】解：令则有故，即(2分)

所以(2分)

 = (3分)

19.（7分）

【答案】解：当时 (2分)

当时 (2分)

由于函数在处连续,故在处连续,因此由连续得定义可知

得

故（3分）

20.（8分）

【答案】解： (4分)

（4分）

21. 要使，如何选择，（8分）

【答案】解：由于 所以 (2分)

就是

所以必有解得，（3分）

22. 求通过点P（1，0，-2），而与平面平行且与直线相交的直线方程。（8分）

【答案】解：设交点为,则 (2分)

则可以作为所求直线的方向向量,由题意,已知平面与所求直线平行,

平面的法向量,因此有⊥ (2分) .

所以有即,所以

所以(2分)

所以所求直线为(2分)

**四、综合题**（每小题10分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

24.设函数是微分方程满足条件的特解。

（1） 求的表达式；

（2） 设平面区域，求D绕轴旋转一周所形成的旋转体的体积。（10分）

【答案】解：（1）这是一个一阶线性非齐次微分方程.

 (3分)

把初始条件代入,得,从而得到. (2分)

（2）旋转体的体积为. (5分)

# 2020年浙江普通“专升本”《高等数学》冲刺模拟试卷（三）

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |

考试说明：

1.考试时间为150分钟

2.满分为150分；

3.答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效。

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**一、选择题**（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有5 个小题，每小题 4 分，共20 分）

1. 函数的全体连续点的集合是（ ）

A. （） B. （）（1，）

C. （）（0，） D. （）（0，）（1，）

【答案】B

【解析】

，所以是连续点, ，所以为不连续点，可见选项B正确.

2. 函数是无穷小量的条件为（ ）

A. B. C. D.

【答案】D

【解析】 可见选项D正确

3. 设，则在点处（ ）

A. 的导数存在， B. 的导数不存在

C. 取得极大值 D. 取得极小值

【答案】D

【解析】已知，由函数极限保号性可知,在*x= a*的去心邻域内有,即对一切有,由极值定义可知,*f(a)*为*f(x)*的一个极小值,可见选项D正确.

4. 设在上连续，则下列不等式成立的是（ ）

A.

B.

C.

D.

【答案】D

【解析】由定积分的性质5的推论可知选项D正确.

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**二、填空题**（只须在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，每小题 4 分，共40 分）

6. .

【答案】

【解析】

1. 若可导，并且，则 .

【答案】2

【解析】由导数定义的增量形式可知

，即

1. 已知存在，则= .

【答案】

【解析】存在可知，得

1. 设参数方程，则 .

【答案】 5

【解析】参数方程求导，,所以，

1. 若函数是由方程所确定的隐函数，则 .

【答案】

【解析】隐函数求导两边对*x*求导得,即，所以

1. 函数的单调减区间 .

【答案】

【解析】解析： 当时， 即的单调减区间为

1. .

【答案】

【解析】有定积分定义可知

1. 广义积分 .

【答案】

【解析】

1. 由所夹图形绕轴旋转所成旋转体体积V= .

【答案】16

【解析】

1. 微分方程的通解为 .

【答案】

【解析】特征方程,所以的通解为，的特解形式，带入原方程得 因此方程的通解为

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**三、计算题**（本大题共8小题，其中16—19小题每小题7分，

20—23小题每小题8分，共60分。计算题必须写出必要的计

算过程，只写答案的不给。）

16. 极限 。（7分）

【答案】原极限 （4分）

 （3分）

17. 设函数，求函数在处的微分。（7分）

【答案】函数两边同时取对数得 (2分)

两边同时求导数得 (3分)

所以 所以

所以 (2分 )

18. （7分）

【答案】解：（3分）

 ，其中是以为周期 （2分）

 （2分）

19. 求不定积分。（7分）

【答案】解：

。（3分）

 （2分）

 （2分）

20. （8分）

【答案】解： （2分）

 （4分）

 （2分）

21. 设函数，其中具有二阶连续导数，，，，

（1）求的值使连续； （2）求。（8分）

【答案】解：（1） （3分）

（2）

 （3分）

 （2分）

22. 直线过点M（1，2，3）且与两平面，都平行，求直线*l*的方程。（8分）

【答案】解：据题意,已知直线*L*过定点,已知平面的法向量分别为 (2分)

由题意,所求直线的方向向量***s***⊥, ***s***⊥,所以取(4分)

故由点向式可知所求直线方程为(2分)

23. 设，求函数的单调区间与极值。（8分）

【答案】 解：

令，即解之得或 （3分）

 以及变化情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | (,) |  | (,) |
|  | + | 0 |  | 0 | + |
|  | 递增 |  | 递减 |  | 递增 |

（3分）

 的单调增区间为和(,)，单调增区间为(,)。

 (2分)

**四、综合题**（每小题10分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

25. 设函数可导，且满足方程，求 (10分）

【答案】解：

所以（1） （4分）

在（1）式两边同时对*x*求导得 （2分）

下求满足的特解

由一阶线性微分方程的通解公式可知，其中

 （3分）

又因，所以C=1，即所求函数 （1分）

26. 设函数在[0, 1]上可导，, ,

试证：

存在，使得；(6分）

存在，使得。(4分）

【答案】解：:(1)令

因为在上可导,且

所以在上可导,且,即

所以

所以由零点定理可知,至少存在一点,使得,即. (6分)

(2)令

则由(1)可知,在[0,1]上可导,且

又因,所以F(0)=0,

所以由罗尔定理可知,至少存在一点使得,即. (4分)

# 2020年浙江普通“专升本”《高等数学》冲刺模拟试卷（四）

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |

考试说明：

1.考试时间为150分钟

2.满分为150分；

3.答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效。

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**一、选择题**（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有5 个小题，每小题 4 分，共20 分）

1函数，则间断点的类型为（ ）

1. 可去间断点 B.连续点 C.跳跃间断点 D. 第二类间断点

【答案】C

【解析】所以是跳跃间断点，可见选项C正确.

2. 若与可导，，且（A为有限数），则（ ）

A. 必有

B. 必有存在，且

C. 若存在，未必

D. 若存在，则

【答案】D

【解析】根据洛必达法则的条件与结论.可见选项D正确.

3. 以下结论正确的是（ ）

A. 若为函数的驻点，则必为函数的极值点

B. 函数导数不存在的点一定不是函数的极值点

C. 函数的在处取得极值，且存在，则必有

D. 若函数在处链接，则一定存在

【答案】C

【解析】驻点和不可导点均可能取得极值,可见选项C正确.

4. 余弦曲线在区间中与*x*轴所围图形的面积为（ ）

A.2 B.4 C.0 D. 6

【答案】B

【解析】画图易知,平面图形的面积为

,可见选项B正确.

5. 设直线的方向角为则（ ）

A. B. C. D.

【答案】B

【解析】已知直线*L*的方向向量为,即,所以可见选项B正确.

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**二、填空题**（只须在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，每小题 4 分，共40 分）

6. 函数的连续区间为 .

【答案】

【解析】本题连续区间即求定义域,由可得,所以函数的连续区间为

1. .

【答案】3

【解析】

1. 已知函数在*x=1*处有极值为10，则 .

【答案】18

【解析】由题意,可得,解得或(此时在处不取极值,故舍去),所以,所以

1. 设，则 .

【答案】

【解析】

1. 设由方程 所确定的函数为，则 .

【答案】0

【解析】用隐函数求导法 ,在方程两边同时对*x*求导,得把代入方程得到,所以

1. 广义积分 ..

【答案】

【解析】

1. 设，且 .

【答案】

【解析】参数方程求导出.所以所以所以

1. 定积分 .

【答案】

【解析】利用奇偶性计算定积分

14. 垂直于*x*轴及向量（3,5,2）的单位向量为 .

【答案】

【解析】据题意,设所求单位向量为

则,所以

或者

即

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**三、计算题**（本大题共8小题，其中16—19小题每小题7分，

20—23小题每小题8分，共60分。计算题必须写出必要的计

算过程，只写答案的不给。）

16. 设函数在处连续，求常数。（7分）

【答案】解：因为在处连续 ,故

而,故必有,因此 (3分)

所以即. (4分)

18. 已知函数，求（7分）

【答案】 解：当时,,当时,(2分)

,

所以在处可导,且 (4分)

故 (1分)

19. 设*k>0，*讨论函数在（0，+∞）内零点的个数。（7分）

【答案】 解：，令,得，(2分)

又因当时,在上单调递增;

当时,,所以函数在上单调递减

然而

所以由零点定理结合单调性可知,该函数在与内至少各存在一个零点，(4分)

故综上可知,函数在内有2个零点，(1分)

20. 求不定积分（8分）

【答案】解： (3分)

(3分)

 (2分)

21. 求定积分，其中（8分）

【答案】解析：设 (2分)

 (2分)

(4分）

22. 求由曲线所围成的平面图形得面积以及绕*x*轴旋转一周所形成的旋转体的体积（8分）

【答案】解: (4分) .

 (4分)

**四、综合题**（每小题10分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

24. 设满足条件求。

【答案】解：微分方程的特征方程为

所以,所以的通解为 (4分) .

又因,所以①且

再由可得②

由①和②解得,即所求函数为 (4分)

所以

 (2分)

25. 证明：当时，。 (10分）

【答案】解：令 (2分)

则

所以函数在x∈(0, +∞)上单调递减(2分)

所以当时,

 (4分)

所以当x> 0时,,即 (2分)

26. 设函数在[1, +∞）上连续，若由曲线, 直线与*x*轴所围成的平面图形绕*x*轴旋转一周所成的旋转体体积为。

（1）试求所满足的微分方程；(4分)

（2）求该微分方程满足条件 的解。(6分）

【答案】解：(1)据题意,],

即

上式两边同时对t求导得,,

即所满足的微分方程为 (4分)

(2)将微分方程为 ,化为 ,即为齐次方程

令.则,代人方程并化简得

变量分离得两端积分并代入兰得通解为再把

代人可得,故该微分方程满足条件的解为 (6分)

# 2020年浙江普通“专升本”《高等数学》冲刺模拟试卷（五）

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |

考试说明：

1.考试时间为150分钟

2.满分为150分；

3.答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效。

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**一、选择题**（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有5 个小题，每小题 4 分，共20 分）

1. 若函数，在处连续，则（ ）

A. B.

C. D.

【答案】A

【解析】要使函数在x=0处连续,必须满足可见选项A正确.

2. 如果函数在点处可微，且，则，（ ）

A. 2 B. 0 C. 1 D. -1

【答案】B

【解析】函数在可微等价于函数在处可导 ,所以可见选项B正确.

3. 设，且，则（ ）

A. B. C. D.

【答案】C

【解析】两边求导 .得,解微分方程,则,由于,故,所以 ,故选C.

5. 与坐标轴正方向的夹角均相等的一个单位向量是（ ）

A. （，，） B. （，，）

C. （1，1，1） D. （，，）

【答案】A

【解析】由单位向量的概念，方向角的计算可知选项A正确

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**二、填空题**（只须在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，每小题 4 分，共40 分）

6. 当时，与等阶无穷小，则*n=* .

【答案】 3

【解析】

1. 函数的定义域为 .

【答案】

【解析】解不等式组即解得解集为,所以函数的定义域为

8. 设函数由方程所确定，则 .

【答案】

【解析】利用隐函数求导法,在方程两边同时对x求导数,得到,把x=0代人可得,再把代人y(\*)中,可知,故

1. 由曲线与直线及所围成的图形面积为 .

【答案】

【解析】画图可知所围平面图形的面积为

1. .

【答案】

【解析】

1. 的通解为 .

【答案】

【解析】特征方程为,特征根为故微分方程的通解为

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**三、计算题**（本大题共8小题，其中16—19小题每小题7分，

20—23小题每小题8分，共60分。计算题必须写出必要的计

算过程，只写答案的不给。）

16. 已知函数在处连续，求常数。（7分）

【答案】解：

 (4分)

根据连续定义可知,故 (3分)

17. 已知曲线和在点（）处相切，求。（7分）

【答案】 解：由题意曲线和在点（）处相切

故有即 (2分)

且在该点处两条曲线的切线斜率相同，

而曲线在点处的斜率;

对曲线利用隐函数求导,得,所以有(4分)

故(1分)

18. 已知参数方程，则（7分）

【答案】解： (2分)

 (2分)

 (2分)

所以（1分）

19. 试求函数的间断点，并指出间断点的类型。（7分）

【答案】解：当时

当时,.

当时

因此 (4分)

间断点为 (1分)

,故为跳跃间断点

,故就为第二类间断点(2分)

20. （8分）

【答案】 解： （4分）

 （2分）

 = （2分）

21. 已知函数，求（8分）

【答案】 解： (2分) .

 (2分)

 (4分)

22. 求经过点的平面方程（8分）

【答案】解：向量 (2分)

所以取平面的法向量为

 (4分)

由点法式可知,即 (2分)

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**四、综合题**（每小题10分，共30分）

24. 已知函数求的表达式。

【答案】解：当时;(3分)

当时,

; (3分)

当时,，(3分)

 (1分)

25. 如图：直线*AB*平行于*x*轴，*AB*与曲线交点的横坐标为*t*，问*t*为何值时，图中阴影部分面积之和最小。 (10分）



【答案】解：据题意 (2分)

，(2分)

所以 (1分)

则,令 (2分)

当时,;当时,,所以在处取得极小值，极小值为',且该极小值也为在.上的最小值.

所以当时,最小，(3分)

# 2020年浙江普通“专升本”《高等数学》冲刺模拟试卷（六）

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |

考试说明：

1.考试时间为150分钟

2.满分为150分；

3.答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效。

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**一、选择题**（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有5 个小题，每小题 4 分，共20 分）

1．设是单调增函数，是单调减函数，且复合函数，，，都有意义，则下列函数组中全为单调减函数的是（ ）

A. ， B. ，

C. ， D. ，

【答案】C

【解析】根据“同增异减”可知C选项正确.

2. 设函数具有二阶连续导数，，，则（ ）

A. 是的极大值

B. 是的极小值

C. 点是曲线的拐点

D. 不是的极值，点也不是曲线的拐点

【答案】A

【解析】已知 ,由函数极限保号性可知,存在x=0的去心邻域使,即对一切,使得,所以在内单调|递减,故当时*,*;当时, *,*,而,故由极值第一充分条件可知,函数在处取得极大值，因此选项A正确.

3. 下列结论正确的是（ ）

A. 若，则必有

B. 若在区间上有界，则在区间上可积

C. 若是周期为*T*的连续函数，则对任意常数*a*都有

D. 若在区间上可积，则在区间内必定有原函数

【答案】C

【解析】根据周期性求定积分可知C正确,A选项可举反例和;B选项可积一定有界,但是有界函数不一定可积;D选项,根据可积的充分条件可知,有界且只有有限个第1类间断点的函数是可积的,但是有第一类间断点的函数一定没有原函数.

5. 设两平面方程，，则两平面的夹角为（ ）

A. B. C. D.

【答案】D

【解析】据题意两平面的法向量分别为,则,故故选项D正确.

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**二、填空题**（只须在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，每小题 4 分，共40 分）

6. .

【答案】

【解析】

1. .

【答案】1

【解析】，则,且故由夹逼准则可知

1. 已知，且，则 .

【答案】

【解析】令, 则,故,又因,所以可得,因此

1. 设是连续函数，且满足，则 .

【答案】

【解析】令,则,

所以

即,可得,所以.

1. 已知函数，则 .

【答案】

【解析】,所以

1. 广义积分 .

【答案】

【解析】为瑕点,

1. .

【答案】

【解析】利用函数奇偶性计算定积分，

1. 微分方程的特解形式可设为 .

【答案】

【解析】特征方程为且不是特征方程的根,所以取,故特*解可设为*

1. 已知=3,, , .

【答案】5

【解析】,,两式平方相加可得，所以

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**三、计算题**（本大题共8小题，其中16—19小题每小题7分，

20—23小题每小题8分，共60分。计算题必须写出必要的计

算过程，只写答案的不给。）

16. 设如果当时，无穷小，求*a, b*（7分）

【答案】解：由题设可知: (2分)

所以有，(2分)

所以即 (3分)

17. 求函数的极值及该函数图形的拐点。（7分）

【答案】 解：定义域为

令得

当时,当时,

当时取极小值，极小值为 (3分)

令得

当时,,当时,0

所以拐点为 (4分)

18. 设函数，求出的所有间断点，并说明所属类型。（7分）

【答案】解：间断点为:(1分)

, 而在无定义，所以是可去间断点(3分)

,所以是无穷间断点.(3分)

19. 设函数是由参数方程所确定的函数，求。（7分）

【答案】

解：(2分)

所以; (2分)

所以.(3分)

20. 求不定积分（8分）

【答案】

解：(4分)

(2分)

 (2分)

21. 解：为*x*的函数,令

原式= (3分)

 (3分)

 (2分)

21. （8分）

【答案】解：为*x*的函数,令

原式= (3分)

 (3分)

 (2分)

23. 求由圆面绕*x*轴旋转一周形成的旋转体的体积（8分）

【答案】解：由得 ,所以

 (2分)

所以(3分)

(3分)

**四、综合题**（每小题10分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

24. 已知函数处处连续且可导，求常数*a, b*.（10分）

【答案】解：当时

当时,

当时

所以函数 (5分)

因为函数处处连续知在处连续,所以

故 ①

又因为函数处处可导知在处可导,所以

所以由可知 ②

将②代人①中,求得(5分)

25. 证明：当*x* > 0时，(10分）

【答案】证明：当时,

 (3分)

令

则

再令

则,所以在上单调递减

当时,,且,即 (4分)

当时,

在上单调递减

当时,且

当时,,即

当时, (3分)

# 2020年浙江普通“专升本”《高等数学》冲刺模拟试卷（七）

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |

考试说明：

1.考试时间为150分钟

2.满分为150分；

3.答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效。

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**一、选择题**（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有5 个小题，每小题 4 分，共20 分）

1．设（ ）

A. 当时，是无穷小 B. 当时，是无穷大

C. 在(0，1)内有界 D. 在(0，1)内无界

【答案】D

【解析】不存在且不等于∞,故无界,可见选项C正确.

2. 设在*x=*0处可导，且，则（ ）

A. B.2 C. D. -2

【答案】A

【解析】由可知,又由于f(x)在处可导，所以有,故所以方可见选项A正确.

4. 设函数在[-1,1]上连续，则（ ）

A. B. 0

1. D.

【答案】C

【解析】因为函数在连续,所以,

且,所以,可见选项C正确，

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**二、填空题**（只须在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，每小题 4 分，共40 分）

1. 当时，与是等价无穷小，则 .

【答案】

【解析】所以，

1. 设，则 .

【答案】

【解析】

1. 曲线在点（0,1）处的切线方程为 .

【答案】

【解析】利用隐函数求导法,在方程两边同时对*x*求导,,把和代人可得, 故曲线在点(0, 1)处的切线方程为,即y=1

1. 不定积分 .

【答案】

【解析】

1. 设函数，则 .

【答案】1

【解析】，所以

1. 微分方程的通解是 .

【答案】

【解析】解析：原方程可化为,故通解为

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**三、计算题**（本大题共8小题，其中16—19小题每小题7分，

20—23小题每小题8分，共60分。计算题必须写出必要的计

算过程，只写答案的不给。）

16. 极限（7分）

【答案】解： (4分)

(3分)

17. 已知函数，求。（7分）

【答案】 解析：:函数两边同时取对数得(2分)

上式两边同时对*x*求导得.(3分)

所以

所以（2分）

18. 设曲线C的方程为讨论曲线C的凹凸性。（7分）

【答案】解：所以 (3分)

,由于,故， (3分)

所以当, 曲线是凸的(1分)

19. 不定积分。（7分）

【答案】 解： （4分）

 (3分)

20. 当时，讨论方程的实根个数（8分）

【答案】 解：令函数,则

令,得 (2分)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | (,) |  | (,) |
|  | + | 0 |  | 0 | + |
|  | ↑ | 极大值 | ↓ | 极小值 | ↑ |

所以由零点定理结合单调性可知当时,方程仅有2两个实根.(3分)

21. 计算定积分（8分）

【答案】解：

 (3分)

 (5分)

22. 求通过点(1 , 1, 1 )且与直线垂直，又与平面*x — y— z*—5= 0平行的直线方程。（8分）

【答案】解：由已知得,直线的方向向量为,平面的法向量,则所求直线的方向向量 (6分)

由点向式方程知,所求直线方程为 (2分)

23. 曲线上任何一点的切线斜率等于原点到该切点的连线斜率的2倍，且曲线过点(1 ,），求此曲线方程.（8分）

【答案】解：据题意设上任一点,则该点处切线的斜率为则有直线的斜率为,所以,且(3分)

下求.满足初始条件之的特解

变量分离

两端积分 得

化简得原微分方程的通解为 (C为任意常数) (4分)

又因 ,所以,即所求曲线方程为

**四、综合题**（每小题10分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

24.设在[*a ,b*]上连续(*a<b*),且,，证明在[*a ,b*]有且仅有一个实根。（10分）

【答案】 解：由于在[*a ,b*]上连续,则在连续,,由零点定理可知在至少一个实根; (5分)

且,所以在单调递增,所以结合零点定理以及单调性可知在有且仅有一个实根(5分)

25. 证明：(10分）

【答案】解：令

所以 ,令,得

当时,,当时,,

所以在处取得极大值,且为 (5分)

又因,所以在上的最大值为,最小值为,所以

所以即 (5分)

26. 设函数在[ *0, 1*]上连续，在( 0, 1 )内可导，且满足，证明：存在, 使得 (10分）

【答案】解：因,且在上连续,所以由积分中值定理可知至少存在一点使得(5分)

令

因为在上连续,在内可导,所以在上连续,在内可导

所以,

所以由罗尔定理可知，至少存在一点使得,即 (5分)

# 2020年浙江普通“专升本”《高等数学》冲刺模拟试卷（八）

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |

考试说明：

1.考试时间为150分钟

2.满分为150分；

3.答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效。

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**一、选择题**（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有5 个小题，每小题 4 分，共20 分）

1．下列关于奇偶函数表述正确的是（ ）

A. 若, 均为奇函数，则,均为奇函数

B. 若, 均为奇函数，则,均为奇函数

C. 若为奇函数、为偶函数，则,均为奇函数

D. 若为奇函数、为偶函数，则，均为奇函数

【答案】A

【解析】根据奇偶性的定义可知选项A正确.

2. 曲线的垂直于直线*y + x* + 1 = 0的切线方程为（ ）

A. B.

C. D.

【答案】A

【解析】据题意,所以切点横坐标为,切点为,所以切线方程为1, 可见选项A正确.

3. 设函数连续且不等于0，若，则（ ）

A. B.

C. D.

【答案】D

【解析】因连续且不等于0,所以即即,故,答案D正确.

4. 下列各组函数中,和不是同一函数的原函数的有（ ）

A. ,

B. ,

C. ,

D. ,

【答案】 D

【解析】根据原函数的概念可知,若函数和为同一函数的原函数,则有,验证可知,选项D中两个函数不是同一函数的原函数.

5. 设直线 与直线 的位置关系（ ）

A. 相交 B. 平行 C. 垂直 D. 异面

【答案】B

【解析】直线的方向向量为.直线的方向向量为,所以所以选项B正确.

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**二、填空题**（只须在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，每小题 4 分，共40 分）

6. .

【答案】5

【解析】

1. 已知函数连续，且,则 .

【答案】 2

【解析】所以

1. 已知函数，则*dy* = .

【答案】

【解析】因为,故

1. 函数，，则 .

【答案】

【解析】，所以

1. 极限用定积分表示为 .

【答案】

【解析】由定积分定义,

1. 广义积分 （其中*n*为自然数） .

【答案】

【解析】

1. 定积分 .

【答案】

【解析】

14. 在空间直角坐标系中，以点 A(l , 0 , l), B(-1, 1,l), C(2,3, - 1)为顶点的△ABC的面积为 .

【答案】

【解析】,由向量积模的几何意义可知,

.

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**三、计算题**（本大题共8小题，其中16—19小题每小题7分，

20—23小题每小题8分，共60分。计算题必须写出必要的计

算过程，只写答案的不给。）

16. 求极限（7分）

【答案】解： (3分)

 (3分)

= (1分)

17. 设, 且具有二阶导数，求。（7分）

【答案】解：(3分 )

 (4分)

18. 设函数是由方程组所确定，求。（7分）

【答案】解：(1分)

隐函数方程两边同时对t求导数,得

,所以,(3分)

(2分)

又当时,,所以 (1分)

19. 求函数的单调区间与极值。（7分）

【答案】

 解：由声知,定义域是不可导点

当1时,(3分)

令,得到驻点, 划分定义域并列表

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | + | 0 | + | 0 |  | 不存在 | + |
|  | ↑ | 不取极值 | ↑ | 极大值 | ↓ | 极小值 | ↑ |

故函数的单调增区间为x∈单调减区间为

极大值为,极小值为 (4分)

20. 求不定积分（8分）

【答案】解：（4分）

 （4分）

21. 设,试求在( －∞, + ∞ )上的表达式（8分）

【答案】解：分三种情况讨论如下:

当时,; (2分)

当时, (2分)

当时, (3分)

所以,(1分)

22. 已知函数是一阶线性微分方程的解，求二阶常系数线性微分方程的通解。（8分）

【答案】解析：据题意得,

 (2分)

则下面求微分方程的通解

特征方程为,求得

所以的通解为 ,其中为任意常数

因不是特征方程的根，所以设为原方程

的一个特解，(4分 )

则把代人原方程，

并比较系数得

所以微分方程的通解为

 ,其中为任意常数 (8分)

23. 求由曲线与*x*=2所围成平面图形的面积，以及此平面图形圆面绕*x*轴旋转一周形成的旋转体的体积（8分）

【答案】解：据题意画图可知所围平面图形的面积为

 (4分)

所围平面图形绕x轴旋转一周形成旋转体的体积为

 (4分)

**四、综合题**（每小题10分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

24. 设函数是连续函数，且,,求：

(l) ;

(2)讨论的连续性.（10分）

【答案】

解：(1)因为,所以,又因,且是连续函数

所以,故

所以 (7分)

(2)当x≠0时,显然处处连续,而

所以在处也连续.综上可知,处处连续,(3分)

25. 设函数二阶连续可导，且,,试证：至少存在一点, 使得 (10分）

【答案】证明：因为函数二阶连续可导，且

所以(3分)

所以由罗尔定理可知，至少存在一点使得 (4分)

对函数再由罗尔定理可知,至少存在一点,使得.(3

分)

# 2020年浙江普通“专升本”《高等数学》冲刺模拟试卷（九）

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |

考试说明：

1.考试时间为150分钟

2.满分为150分；

3.答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效。

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**一、选择题**（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有5 个小题，每小题 4 分，共20 分）

1. 已知函数 在点 处可导，当自变量*x* 由增加到时，记 为函数的增量， 为函数的微分，则当时，（ ）

A. *∆y-dy*是比*∆x*高阶的无穷小

B. *∆y-dy*是比*∆x*低阶的无穷小

C. *∆y-dy*是比*∆x*同阶的无穷小，但不是等价无穷小

D. *∆y-dy*是比*∆x*等价的无穷小

【答案】A

【解析】由微分和增量的定义及其关系可知,

因此A答案正确

2. 已知，则在*x =* 2处（ ）

A. 不连续 B. C. 取得极大值 D. 取得极小值

【答案】D

【解析】由知,,即函数在处连续，且由函数极限的保号性可知,存在,当时,有,即对一切,有,由极小值定义可知是极小值,所以选项D正确.

3. 设是函数的一个原函数 ，则（ ）

A. B.

C. D.

【答案】D

【解析】,是函数的一个原函数,所以，所以,故选D.

5. 设是线性非齐次方程的特解，则（ ）

A 是所给微分方程的通解

B 不是所给微分方程的通解

C. 是所给微分方程的特解

D. 可能是所给微分方程的通解，也可能不是所给微分方程的通解，但肯定不是特解

【答案】D

【解析】根据二阶非齐次方程解的结构可知选项D正确.

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**二、填空题**（只须在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，每小题 4 分，共40 分）

6. 当时,与等价,则 .

【答案】

【解析】

1. 设函数, 且可微，则 .

【答案】

【解析】由复合求导知,, 即

1. 函数的第一类间断点为 .

【答案】

【解析】时,时,时,时,,由于,

所以第一类间断点为.

1. 设函数在处满足，且,则 .

【答案】

【解析】

1. 已知由方程所确定，则 .

【答案】

【解析】方程两边同时对*x*求导,,因此

1. 设，，则 .

【答案】

【解析】由分部积分知,再由已知，可知.

1. .

【答案】

【解析】

1. 以为通解的二阶常系数线性微分方程为 .

【答案】

【解析】由通解可知该方程的特征根为,从而可得特征方程为,故此二阶常系数齐次线性微分方程为

14. 设向量***a*** 与单位向量 ***j*** 成60°，与单位向量***k***成120°, 且则

***a*** = .

【答案】和

【解析】由题意设向量***a***的方向角,故由可得,所以,由可得和

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**三、计算题**（本大题共8小题，其中16—19小题每小题7分，

20—23小题每小题8分，共60分。计算题必须写出必要的计

算过程，只写答案的不给。）

16. 设，求（7分）

【答案】解：根据f(x )的表达式可知(2分) .

当时,;当时, (4分)

从而可知,故将的表达式代人可得:

1(1分)

17. 求极限。（7分）

【答案】解：

 (4分)

 (3分)

18. 设参数方程，求。（7分）

【答案】解：所以 (3分)

所以(4分)

20. 求不定积分。（8分）

【答案】解： （5分）

 (3分)

21. 求定积分（8分）

【答案】 解：（2分）

 （2分）

由于表示的是以(2, 0)为圆心,1为半径的上半圆的面积，所以原式 (4分)

(注:也可用三角换元,令)

22. 求积分。（8分）

【答案】解：

（4分）

 （4分）

23. 求点在平面 的投影点坐标（8分）

【答案】解：过点且与平面垂直的

直线方程为 (2分)

所以设该垂线与平面的交点为 (3分)

即点Q就是点在平面π:上的投影点,由点可得,故投影点坐标为 (3分)

**四、综合题**（每小题10分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

26. 设上任一点处的切线斜率为, 且该曲线过点求：

（1）的表达式；(6 分）

（2）由 所围图形绕*x* 轴旋转一周形成旋转体的体积。(10分）

【答案】解：(1)据题意知 (2分)

所以下求,满足初始条件的特解

由通解公式

.

所以通解为,故,所以所求函数为(4分)

(2)由(1)知 ,当时,,画图可知由

所围平面图形D绕*x*轴旋转一周形成旋转体的体积为

 (4分)

# 2020年浙江普通“专升本”《高等数学》冲刺模拟试卷（十）

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |

考试说明：

1.考试时间为150分钟

2.满分为150分；

3.答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效。

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**一、选择题**（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有5 个小题，每小题 4 分，共20 分）

1．函数是（ ）

A. 有界函数 B. 奇函数 C. 周期函数 D. 偶函数

【答案】B

【解析】因为,所以是奇函数,答案B正确.

2. 已知函数在内可导，周期为4 , 且则曲线在点 处的切线斜率为（ ）

A. B. 1 C. D.

【答案】D

【解析】导数定义,,所以,可见选项D正确.

3. 下列可推出函数在闭区间上可积的是（）

A. 在闭区间 上只有有限个间断点

B. 是有界函数

C. 在闭区间上无单调性

D. 是连续函数

【答案】D

【解析】由可积分的条件可知选项D正确.对于选项A,在闭区间上只有有限个间断点的有界函数可推出在闭区间上可积;对于B和C,可以举反例，例如,狄利克雷函数显然是有界函数,且在上无单调,但是在上不可积;可见只有选项D正确.

5. 微分方程的特解应设为（ ）

A.

B.

C.

D.

【答案】A

【解析】特征方程为 ,因不是特征方程的根,所以取,又因,所以微分方程的特解形式可设为,可见选项A正确.

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**二、填空题**（只须在横线上直接写出答案，不必写出计算过程，每小题 4 分，共40 分）

6. 极限 .

【答案】 0

【解析】,

所以

1. .

【答案】

【解析】

1. 曲线 在点( 0, 0 )处的切线方程 .

【答案】

【解析】曲线所以切线方程为

1. 不定积分 .

【答案】

【解析】

.

1. 由曲线轴，所围成的图形面积为 .

【答案】

【解析】.

1. 已知函数,则 .

【答案】

【解析】变限函数求导,,所以

1. 直线与平面的交点坐标是 .

【答案】

【解析】令,则,代人平面得,所以交点为

14. 设,则同时垂直于a 和b, 且在向量 上投影为14的向量***e*** *=* .

【答案】

【解析】据题意设,则,解得,故.

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

**三、计算题**（本大题共8小题，其中16—19小题每小题7分，

20—23小题每小题8分，共60分。计算题必须写出必要的计

算过程，只写答案的不给。）

16. 求极限（7分）

【答案】解： (3分)

 (2分)

 (2分)

17. 求函数的间断点，并说明其所属类型。（7分）

【答案】

 解：函数有间断点 (1分)

因为

所以

,故为跳跃间断点(4分)

,但在处无定义，

故为可去间断点(2分)

18. 设函数,求。（7分）

【答案】

解：函数两边取对数,

 (2分)

两边同时对自变量*x*求导得 (3分)

所以 (2分)

19. 求函数由方程所确定的隐函数，求。（7分）

【答案】

解：方程两边同时对求导得

 (4分)

把代入得(1分)

把和代入(\*)式可得(2分)

20. 计算不定积分（8分）

【答案】

解：（2分）

 （2分）

 (4分)

21. 计算定积分,其中。（8分）

【答案】

解：令,则(4分)

 (4分)

22. 已知一向上凸的曲线过原点和点,且点P 为曲线上任意一点，直线OP与曲线弧所围成的平面图形的面积为，求该曲线方程。（8分）

【答案】

 解：据题意知曲线上任一点坐标为,所以直线与曲线所围平面图形的面积为(2分)

由变限函数求导知,,即(2分)

下求满足初始条件的特解

由通解公式

.

所以通解为

又因,所以即所求曲线方程为 (4分)

**四、综合题**（每小题10分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 阅卷人 |
|  |  |

24. 已知函数，求：

（1）函数的单调区间；( 4 分）

（2）曲线的凹凸区间；( 4分）

【答案】

 解：(1)定义域 (2分)

令,当时,;当时,,当时,.

单调增区间为单调减区间为 (2分)

(2),令得当时;当时，,当,所以凸区间为凹区间为. (4分)

26. 设函数在闭区间[ *a, b*]上连续，在开区间可导，且, 若极限存在，证明：

（1）内；

（2）在内存在使；

（3）在存在异于的点, 使；(10分)

【答案】

证明：(1)由于存在,故有,而函数在闭区间上连续,从而,又知,函数在区间单调递增,故在内. (3分)

(2)令,则满足柯西中值定理，于是在内存在,使，

即：(4分)

(3)在对使用拉格朗日中值定理,则在,使,将其代入(2)的结果,整理后即得 (3分)